

7 класс
(ответы и возможные решения задач)

Задача 1

Звуковые волны, возникающие при разряде молнии, отклоняются вверх в теплых слоях воздуха у поверхности земли. За пределами области радиусом примерно 25 км звук отклоняется настолько, что уже не слышен на земле.

Задача 2

Обозначим весь путь через s ; время, затраченное на прохождение первого участка пути, - через t_1 ; время движения на втором участке пути - через t_2 . Очевидно, что

$$t_1 + t_2 = \frac{s/3}{v_1} + \frac{2s/3}{v_2} = \frac{s}{v_{\text{ср}}},$$

откуда

$$v_1 = \frac{v_{\text{ср}} v_2}{3v_2 - 2v_{\text{ср}}} = \frac{37,5 \cdot 50}{3 \cdot 50 - 2 \cdot 37,5} = 25 \text{ км/ч.}$$

Задача 3

В системе координат, связанной с рекой, вода неподвижна и круг все время лежит на одном и том же месте, куда он упал. Катер сначала удаляется от этого места в течении времени t , затем поворачивает и возвращается, затратив на все путешествие время $2t$.

За время $2t$ течение снесло ту точку, где находился круг, на расстояние S . Отсюда скорость течения равна $\frac{S}{2t}$.

Задача 4

Похититель этот – мороз. Многочисленные наблюдения убеждают нас в том, что, как правило, твердые тела, жидкости и газы во время нагревания расширяются, а во время охлаждения сжимаются. Провода летом провисают намного сильнее, чем зимой, т. е. летом они длиннее. Телефонная линия Ленинград – Москва зимой метров на 500 короче, нежели летом. Причина теплового расширения в том, что с увеличением температуры увеличивается скорость движения атомов и молекул. В результате увеличивается среднее расстояние между атомами и молекулами.

Мороз безнаказанно каждую зиму похищает чуть не полкилометра проволоки, не внося, впрочем, никакого расстройства в работу телефона или телеграфа и аккуратно возвращая похищенное при наступлении теплого времени.

Задача 1

Если обозначить длину спуска через l , то число ступенек на единицу его длины будет N/l . Время пробега первого человека вдоль всего спуска равно $l/(v+u)$, а пройденное им расстояние равно $ul/(v+u)$. Время пробега второго человека равно $l/(v+nu)$, а пройденное им расстояние - $nul/(v+nu)$.

Число ступенек, насчитанное в первом и во втором случаях, соответственно равно

$$\frac{ul}{v+u} \frac{N}{l} = p; \frac{nul}{v+nu} \frac{N}{l} = q.$$

Из этих уравнений находим

$$v = u \frac{nq - p}{np - q}; N = p \left(1 + \frac{v}{u} \right) = \frac{pq}{np - q} \frac{n - 1}{1}$$

Критерии оценивания

1. Время пробега первого человека	1 балл
2. Пройденное первым человеком расстояние	1 балл
3. Время пробега второго человека	1 балл
4. Пройденное вторым человеком расстояние	1 балл
5. Число ступенек, насчитанное первым человеком	1 балл
6. Число ступенек, насчитанное вторым человеком	1 балл
7. Число ступенек эскалатора	2 балла
8. Число ступенек эскалатора	2 балла

Задача 2

Свяжем систему отсчета с плотом, т.е. мысленно остановим течение. В этой системе плот и река неподвижны. Это означает, что относительно плота лодка движется в ту и другую сторону с одинаковой скоростью. Она удалилась от плота и возвратилась к нему за равные промежутки времени $3/4$ ч каждый, т.е. двигалась всего $2t = 1,5$ ч. За это время она прошла $S_1 + S_2 = 24$ км, откуда следует, что ее скорость относительно воды

$$v = \frac{S_1 + S_2}{2t} = 16 \text{ км/ч.}$$

За это же время плот прошел $S_1 - S_2 = 6$ км, следовательно, скорость течения

$$u = \frac{S_1 - S_2}{2t} = 4 \text{ км/ч.}$$

Критерии оценивания

1. Переход в систему отсчета с плотом	2 балла
2. Время движения плота	2 балла
3. Пройденный лодкой путь	2 балла
4. Скорость лодки относительно воды	2 балла
5. Скорость течения	2 балла

Задача 3

Количество теплоты, отданное железом при охлаждении от t_2 до θ равно

$$Q_1 = m_2 c_2 (t_2 - \theta).$$

Если массу воды, обратившейся в пар, обозначить через m , то количество теплоты, необходимое для нагревания до температуры $t_3 = 100^\circ\text{C}$ и ее испарение, будет равно

$$Q_2 = mc_1(t_3 - t_1) + mL.$$

Кроме того, оставшаяся в баке масса воды $m_1 - m$ нагревается до температуры θ , следовательно,

$$Q_3 = (m_1 - m)c_1(\theta - t_1).$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$m_2 c_2 (t_2 - \theta) = mc_1(t_3 - t_1) + mL + (m_1 - m)c_1(\theta - t_1),$$

$$m = \frac{m_2 c_2 (t_2 - \theta) - m_1 c_1 (\theta - t_1)}{c_1 (t_3 - t_1) + L - c_1 (\theta - t_1)} \approx 0,105 \text{ кг}.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| 1. Количество теплоты, отданное железом | 2 балла |
| 2. Количество теплоты на нагрев и испарение воды | 2 балла |
| 3. Количество теплоты на нагрев оставшейся воды | 2 балла |
| 4. Закон сохранения энергии | 2 балла |
| 5. Выражение для массы воды, обратившейся в пар | 2 балла. |

Задача 4

Условия равенства моментов для двух взвешиваний $P_1 l_1 = P l_2$; $P l_1 = P_2 l_2$, где P -

истинный вес тела. Поделив уравнения, получим $\frac{P_1}{P} = \frac{P}{P_2}$; $P = \sqrt{P_1 P_2} = 1,1 \text{ Н}$

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Условия равенства моментов для двух взвешиваний | 4 балла |
| 2. Уравнение для истинного веса | 3 балла |
| 3. Вычисление истинного веса | 3 балла |

9 класс
(ответы и возможные решения задач)

Задача 1

Т.к. комната не является герметичной, то давление в ней не меняется. Для двух температур запишем:

$$P_0 V_0 = \frac{m_1}{\mu} R T_1$$
$$P_0 V_0 = \frac{m_2}{\mu} R T_2$$

Здесь P_0 – атмосферное давление, V_0 – объём комнаты.

При нагревании комнаты изменяется масса воздуха в комнате, часть воздуха выходит из комнаты.

Вычтем из первого уравнения второе, получим:

$$\frac{m_1}{\mu} R T_1 - \frac{m_2}{\mu} R T_2 = \frac{R}{\mu} (m_1 T_1 - m_2 T_2) = 0.$$

Т.е.:

$$m_1 T_1 = m_2 T_2$$

Так как внутренняя энергия газа $U = \frac{c m}{\mu} R T$, то ее изменение

$$\Delta U = \frac{c R}{\mu} (m_1 T_1 - m_2 T_2) = 0$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| 1. Давление постоянно | 2 балла |
| 2. Уравнения состояния для двух температур | 3 балла |
| 3. Изменение энергии | 5 баллов |

Задача 2

Направим ось y вниз. Моменты прохождения шариком начала и конца полоски обозначим через t_1 и t_2 , а длительность пролета полоски через τ . Тогда

$$h_1 = \frac{g t_1^2}{2}; h_2 = \frac{g t_2^2}{2}; t_2 - t_1 = \tau.$$

откуда

$$t_1 = \sqrt{\frac{2n_1}{g}}; t_2 = \sqrt{\frac{2n_2}{g}}; \tau = \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{n_2} - \sqrt{n_1}) = 0.025 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Уравнения движения шарика для начала и конца полоски | 2 балла |
| 2. Моменты прохождения шариком начала и конца полоски | 2 балла |
| 3. Выражение для времени действия фотографического затвора | 4 балла |
| 4. Расчет времени действия фотографического затвора | 2 балла |

Задача 3

Объем расплавившегося льда равен сумме объемов цилиндра ($\pi R^2 h$) и полусферы ($\frac{2}{3}\pi R^3$), т. е. $V = \pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3$.

Количество теплоты, отданное при охлаждении шара,

$$Q_1 = \frac{4}{3}\pi\rho_1 R^3 c(t_1 - t_2) = \frac{4}{3}\pi\rho_1 R^3 c t_1,$$

где ρ_1 — плотность вещества шарика; c — его теплоемкость. Количество теплоты, полученное льдом при плавлении,

$$Q_2 = m_2 \lambda = \rho_2 V \lambda = (\pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3) \rho_2 \lambda,$$

где m_2 , ρ_2 — масса и плотность льда.

По закону сохранения энергии $Q_1 = Q_2$, откуда

$$h = \frac{\frac{4}{3}\rho_1 R c t_1 - \frac{2}{3}R\rho_2 \lambda}{\rho_2 \lambda} = 5.8 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| 1. Объем расплавившегося льда | 2 балла |
| 2. Количество теплоты, отданное при охлаждении шара | 2 балла |
| 3. Количество теплоты, полученное льдом при плавлении | 2 балла |
| 4. Закон сохранения энергии | 2 балла |
| 5. Выражение для глубины погружения шарика | 2 балла. |

Задача 4

Чтобы изображение совпало с источником после отражения, лучи должны идти по тому же пути, что и до отражения. Это произойдет только в том случае, если лучи на зеркало падают перпендикулярно. После линзы лучи выходят параллельно оптической оси. Следовательно, источник должен находиться в фокусе.

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Построение хода лучей в линзе | 2 балла |
| 2. Ход лучей до и после отражения | 2 балла |
| 3. Лучи выходят параллельно оптической оси | 2 балла |
| 4. Источник находится в фокусе | 4 балла |

Задача 5

Если представить неразрезанную проволоку как n последовательно соединенных сопротивлений, то

$$R_1 = nr,$$

где r — сопротивление одного отрезка.

При параллельном соединении

$$R_2 = \frac{r}{n}.$$

Решив совместно оба уравнения, получим:

$$n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = 9.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| 1. Проволока как n последовательно соединенных сопротивлений | 2 балла |
| 2. Выражение для последовательно соединенных сопротивлений | 2 балла |
| 3. Выражение для параллельно соединенных сопротивлений | 2 балла |
| 4. Уравнение для n | 2 балла |
| 5. Вычисление n | 2 балла. |

10 класс
(ответы и возможные решения задач)

Задача 1

Очевидно, что

$$h = \frac{v^2}{2g}; h_1 = \frac{v_1^2}{2g}; h_2 = \frac{v_2^2}{2g}; \dots; h_n = \frac{v_n^2}{2g},$$

где v_1 — начальная скорость меча после первого удара; v_2 — после второго, ..., v_n — после n -го удара.

По определению коэффициента восстановления можем написать

$$k = \frac{v_1}{v}; k^2 = \frac{v_1^2}{v^2}; k^2 = \frac{v_2^2}{v_1^2}; k^2 = \frac{v_3^2}{v_2^2}; \dots; k^2 = \frac{v_n^2}{v_{n-1}^2}.$$

Перемножив эти равенства (кроме первого), получим

$$k^{2n} = \frac{v_n^2}{v^2} = \frac{2gh_n}{2gh} = \frac{h_n}{h},$$

откуда

$$h_n = hk^{2n}.$$

С другой стороны,

$$k^2 = \frac{v_1^2}{v^2} = \frac{2gh_1}{2gh} = \frac{h_1}{h}; k = \left(\frac{h_1}{h}\right)^{1/2}.$$

Подставив найденное выражение для k в предыдущее соотношение, получим

$$h_n = h \left(\frac{h_1}{h}\right)^n = \frac{h_1^n}{h^{n-1}}.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Выражения для максимальной высоты подъёма | 2 балла |
| 2. Выражение для коэффициента восстановления | 2 балла |
| 3. Проведение преобразований | 3 балла |
| 4. Выражение для h | 3 балла |

Задача 2

Запишем закон сохранения импульса: $mv_0 = \frac{1}{3}mv_0 + 5mv$.

Отсюда скорость коробки $v = \frac{2}{15}v_0 = 6.7 \text{ м/с}$.

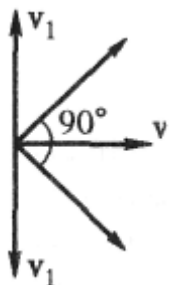
Энергия коробки $\frac{5mv^2}{2}$ полностью переходит в работу по преодолению сил трения: $\frac{5mv^2}{2} = 5\mu mgS$.

Отсюда путь, пройденный до остановки $S = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{2}{225} \frac{v_0^2}{\mu g} = 10 \text{ см}$

Критерии оценивания

- | | |
|-----------------------------------|----------|
| 1. Закон сохранения импульса | 2 балла |
| 2. Выражение для скорости коробки | 2 балла |
| 3. Закон сохранения энергии | 2 балла |
| 4. Путь, пройденный до остановки | 2 балла |
| 5. Вычисление пути | 2 балла. |

Задача 3



В системе координат, движущейся со скоростью v , грузы покоятся, а после отрыва разлетаются с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Т.к. в неподвижной системе угол разлета 90° , то по теореме Пифагора $v_1 = v$. Тогда,

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} = mv^2$$

$$k = \frac{2mv^2}{x^2} = 12.5 \text{ кН/м}$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| 1. Система отсчета, движущаяся со скоростью v | 2 балла |
| 2. Скорости разлета грузов | 2 балла |
| 3. Записан закон сохранения энергии | 2 балла |
| 4. Выражение для коэффициента упругости нити | 2 балла |
| 5. Вычисление коэффициента упругости нити | 2 балла. |

Задача 4

На ракету действует только сила тяжести. Для системы: ракета – Земля, она является внутренней и консервативной силой, поэтому можем применить закон сохранения механической энергии, т.е. $\Delta E_K + \Delta E_{II} = 0$

или
$$-\frac{mv_0^2}{2} - E_{II} + E_{II0} = 0$$
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgR_0^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+H} \right),$$

откуда
$$H = \frac{v_0^2 R_0}{2gR_0 - v_0^2} = 2500 \text{ км}.$$

В этой задаче нельзя пользоваться формулой для максимальной высоты подъёма $H = \frac{v_0^2}{2g} = 1800 \text{ км}$, т.к. на больших расстояниях ускорение g не является постоянной величиной.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Закон сохранения энергии | 3 балла |
| 2. Зависимость ускорения от высоты | 3 балла |
| 3. Выражение для максимальной высоты подъема ракеты | 2 балла |
| 4. Вычисление максимальной высоты подъема ракеты | 2 балла |

Задача 5

Так как температура остается неизменной, к газу можно применить закон Бойля — Мариотта $P_1 V_1 = P_2 V_2$.

Из условия задачи $P_1 = P_0$ находим $P_2 = P_0 + \rho gh$,
где ρgh — гидростатическое давление жидкости.

Объем пузырька воздуха: у поверхности $V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3$

на глубине h :
$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r_1}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} V_1$$

После подстановки найдем

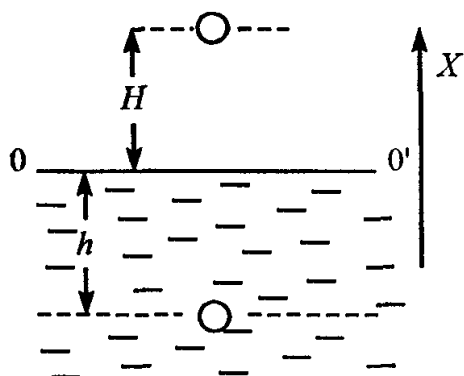
$$P_0 V_1 = (P_0 + \rho gh) \frac{1}{8} V_1$$

откуда
$$h = \frac{7P_0}{\rho g}$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Закон Бойля — Мариотта | 2 балла |
| 2. Выражение для давления на глубине | 3 балла |
| 3. Выражение для объёма пузырька на глубине | 3 балла |
| 4. Выражения для глубины | 2 балла |

Задача 1



На мяч действуют две силы: сила тяжести mg и силы Архимеда F_a . Изменение механической энергии мяча происходит за счет работы силы Архимеда, т.е. $\Delta E = A_F = F_a h$. Изменение кинетической энергии равно нулю.

Если выбрать поверхность воды за начало отсчета потенциальной энергии, то:

$$mgH - (mgh) = \rho_0 Vgh.$$

Отсюда:
$$H = \left(\frac{\rho_0 V}{m} - 1 \right) h = \left(\frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0}{m} - 1 \right) h.$$

Критерии оценивания

- | | |
|---------------------------------------|----------|
| 1. Определение действующих на мяч сил | 2 балла |
| 2. Работа силы Архимеда | 2 балла |
| 3. Выбор начала отсчета | 2 балла |
| 4. Закон сохранения энергии | 2 балла |
| 5. Выражение для высоты. | 2 балла. |

Задача 2

Сила трения между шайбой и доской μmg . Относительно стола ускорение шайбы μg , а ускорение доски $\mu mg/M$. Ускорение шайбы относительно доски $a = \mu g + \mu mg/M$. Начальная скорость шайбы относительно доски равна v . Путь шайбы по доске до момента остановки на доске $S = v^2 / 2a$. Длина доски L должна быть больше S .

$$L > \frac{v^2}{2\mu g} \frac{M}{M + m}$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| 1. Второй закон Ньютона для шайбы и доски | 2 балла |
| 2. Выражение для ускорений шайбы и доски | 2 балла |
| 3. Выражение для ускорения шайбы относительно доски | 2 балла |
| 4. Уравнение тормозного пути | 2 балла |
| 5. Выражение для L . | 2 балла. |

Задача 3

Если температура в точке 1 равна T_1 , то в точках 2 и 3 температура будет $4T_1$.

Пусть P_1 — давление в точках 1 и 3,

P_2 — давление в точке 2,

V_1, V_2, V_3 — объемы в точках 1, 2 и 3.

Работа газа на участке 3-1: $A_{31} = -A = P_1 V_1 - V_3$.

Поскольку $P_1 V_1 = \nu R T_1$ и $P_1 V_3 = \nu R \cdot 4T_1$ $-A = \nu R T_1 - 4T_1$.

Отсюда $T_1 = \frac{A}{3\nu R}$.

Работа газа за цикл равна площади внутри кривой, изображающей цикл на

диаграмме зависимости P от V : $A_{1231} = \frac{1}{2} P_2 - P_1 V_3 - V_1$

Выразим P_2 через P_1 .

Имеем $\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_1}{V_1}$, $\frac{P_2 V_2}{4T_1} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

Из последних двух уравнений $P_2 = 2P_1$.

Тогда выражение для A_{1231} принимает вид:

$$A_{1231} = \frac{1}{2} P_1 V_3 - V_1.$$

Из записанного выше следует, что $P_1 V_3 - V_1 = A$.

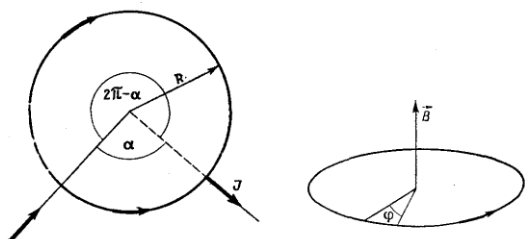
Итак, $A_{1231} = \frac{A}{2}$

$$T_1 = \frac{A}{3\nu R}.$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Выражение для работы на участке 3-1 | 2 балла |
| 2. Выражение T_1 | 2 балла |
| 3. Работа за цикл как площадь внутри кривой | 3 балла |
| 4. Выражение для A . | 3 балла |

Задача 4



Согласно закону Ома токи на участках:

$$I_1 = \frac{U}{\rho R (2\pi - \alpha)},$$

$$I_2 = \frac{U}{\rho R \alpha},$$

Здесь U — напряжение между точками А и В, ρ — сопротивление, приходящееся на единицу длины провода.

Магнитное поле в центре кольца с током определяется суммой магнитных полей, создаваемых токами I_1, I_2 . Вклад каждого участка кольца пропорционален углу φ : $B_\varphi = CI\varphi$, где C — константа.

$$B_1 = CI_1 (2\pi - \alpha) = C \frac{U}{\rho R},$$

Следовательно,

$$B_2 = CI_2 \alpha = C \frac{U}{\rho R}.$$

Мы видим, что величины полей от обеих дуг одинаковы. Поскольку поля B_1 и B_2 направлены противоположно, результирующее магнитное поле в центре кольца будет равно нулю.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| 1. Сопротивления дуг | 2 балла |
| 2. Выражение для Закона Ома | 2 балла |
| 3. Выражение для магнитного поля от дуг | 2 балла |
| 4. Определение направления полей | 2 балла |
| 5. Результирующее поле | 2 балла. |

Задача 5

При условии $\beta \ll 1$ можно считать, что частицы движутся по окружности радиуса $R = \frac{mv_0}{gB}$. Когда $v \perp v_0$, частица сместится вниз на расстояние R . По

закону сохранения энергии $\frac{mv_0^2}{2} + EgR = \frac{mv^2}{2}$, следовательно, $\Delta K = EgR$.

Отсюда, учитывая, что $\frac{E}{v_0 B} = \beta$, получим $\frac{\Delta K}{K_0} = 2\beta$.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| 1. Определение траектории частицы | 2 балла |
| 2. Радиус окружности | 2 балла |
| 3. Закон сохранения энергии | 2 балла |
| 4. Изменение кинетической энергии | 2 балла |
| 5. Определение отношения кинетических энергий | 2 балла. |